

LYCEE PILOTE MONASTIR

DECEMBRE 2010

MATHEMATIQUES

Durée  « 2H »

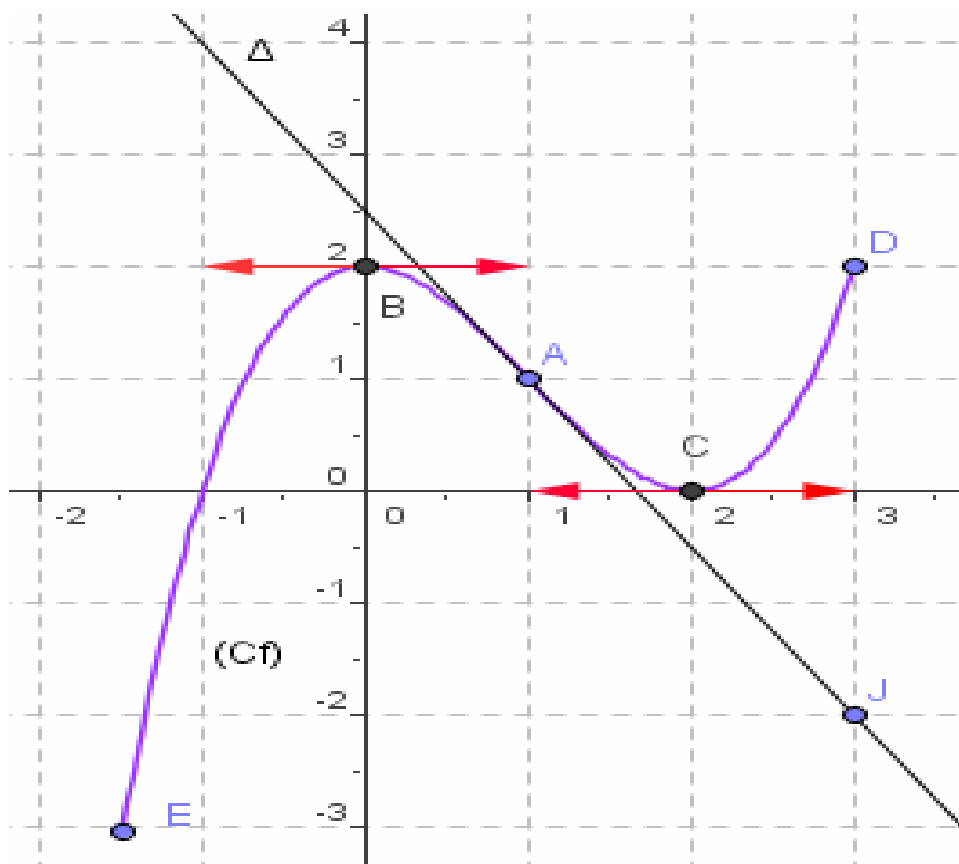
PROF : MOHAMED BENZINA

3^{ème}T

N.B : ✂ *il sera donné une grande importance à la rédaction et à la présentation de la copie* 📖

EXERCICE N°1 (4 points)

Soit f la fonction définie et dérivable sur l'intervalle $[-\frac{3}{2}; 3]$ dont la représentation graphique, dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) est la courbe (C_f) ci-dessus.



- 1) a) Donner $f'(0)$, $f'(1)$ et $f'(2)$ et $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{f(1) - f(0)}{f(x)}$
b) Déterminer une équation de la droite Δ .
- 2) Déterminer graphiquement le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 1$ sur l'intervalle $[-\frac{3}{2}; 3]$
- 3) f est la dérivée d'une fonction F définie sur l'intervalle $[-\frac{3}{2}; 3]$. En justifiant la réponse, donner le sens de variation de F .
- 4) Pour tout $x \in [-\frac{3}{2}; 3]$, $f'(x) = ax(x - 2)$, a étant une constante réelle. Déterminer a à l'aide des résultats de la question 1. a).

EXERCICE N°2 (6 points)

Soit f la fonction définie par: $f(x) = \begin{cases} \sqrt{1-x} - 2 & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{x^2 + x - 1}{x + 1} & \text{si } x > 0 \end{cases}$

- 1) Montrer que f est continue en 0
- 2) Etudier la dérivabilité de f en 0. Interpréter les résultats obtenus

- 3) a) Dresser le tableau de variations de f
 b) En déduire que $f(0)$ est un minimum absolu de f sur \mathbb{R}
- 4) Soit D la droite d'équation $y = -\frac{1}{4}x$
- a) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $f'(x) = -\frac{1}{4}$
 b) En déduire qu'il existe une tangente T à (C_f) parallèle à D dont on donnera une équation cartésienne
- 5) a) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $f(x) = 0$
 b) Donner le signe de $f(x)$ pour tout x de \mathbb{R}
- 6) Soit m un réel strictement négatif. Montrer que $f'(m)\cos^2x - \sin^2x - 1 \neq 0$ pour tout réel x

EXERCICE N°3 (6 points)

- 1) On pose pour tout réel x , $f(x) = 1 + \cos 2x + \sqrt{3} \sin 2x$
- a) Montrer que $2\sin(x + \frac{\pi}{6}) = \cos x + \sqrt{3} \sin x$
 b) En déduire que $f(x) = 4\cos x \cdot \sin(x + \frac{\pi}{6})$, puis déduire la valeur de $\cos \frac{\pi}{12}$
 c) Résoudre dans \mathbb{R} puis dans $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ l'équation $f(x) = 0$
- 2) Soit g la fonction définie sur $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ par $g(x) = \frac{1 + \cos 2x}{1 + \cos 2x + \sqrt{3} \sin 2x}$;
- On pose $E =]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[\setminus \{-\frac{\pi}{6}\}$
- a) Montrer que pour tout x dans E , $g(x) = \frac{\cos x}{2\sin(x + \frac{\pi}{6})}$. En déduire que $\cotg \frac{\pi}{12} = 2 + \sqrt{3}$
 b) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation : $(2 + \sqrt{3})\cos x + \sin x = 0$
 c) Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation : $(2 + \sqrt{3})\cos x + \sin x > 0$

EXERCICE N°4 (4 points)

Dans le plan orienté, On considère un triangle équilatéral ABC tel que $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{\pi}{3} + 2k\pi$.

On pose $AB = a$ et D le point tel que $BD = a$ et $(\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{BC}) = -\frac{\pi}{2} + 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$

- 1) Déterminer la mesure principale de $(\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AC})$
 2) Soit $C' = S_B(C)$. Quelle est la nature du triangle ACC' ?
 3) a) Déterminer les coordonnées des points A, C et C' dans le repère $(B, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD})$
 b) Déduire que (AC) est perpendiculaire à (AC')
 c) Déterminer a pour que l'aire du triangle ABC' soit égale à $3\sqrt{3} \text{ cm}^2$